Olimpiada Mexicana de MATEMÁTICAS Femenil

5to Concurso Nacional Femenil
Olimpiada Mexicana de Matemáticas
31 de mayo al 5 de junio de 2026, Puebla, Pue.

Nivel 2, Día 2

Problema 6

Sea ABC un triángulo y sean X, Y y Z puntos en los rayos BC (con origen B), CA (con origen C) y AB (con origen A), respectivamente, tales que $BC = CX$, $CA = AY$ y $AB = BZ$. Demuestra que las medianas de ABC y las medianas de XYZ se cruzan todas en el mismo punto.

*Nota:*Un rayo es una línea que comienza en un punto fijo (llamado origen) y se extiende indefinidamente en una sola dirección.

Problema 7

Sean x, y, z números reales positivos tales que $xy + yz + zx = 3$. Demuestra que

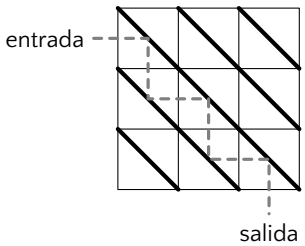
$$\frac{x^2+y^2}{z} + \frac{y^2+z^2}{x} + \frac{z^2+x^2}{y} \geq 6$$

Problema 8

Sea n un entero positivo impar. Un *laberinto de espejos* es un tablero de $n \times n$ casillas, con paredes de cristal, donde en cada casilla se coloca un espejo de doble cara en una de las dos dos diagonales posibles. Dado un laberinto de espejos apuntamos un láser a una de sus paredes exteriores y el láser entra horizontalmente o verticalmente al laberinto. Si el láser choca con un espejo, siempre choca en el punto medio y se refleja $90°$ según la orientación del espejo. Decimos que el laberinto es *perfecto* si, sin importar a qué pared exterior apuntemos el láser, el láser recorre una cantidad par de casillas antes de salir del laberinto (si el láser visita varias veces la misma casilla se cuenta varias veces esa casilla en el recorrido). Determina de cuántas maneras se pudieron colocar los espejos para formar un laberinto perfecto.

Las dos posibles orientaciones de espejos:

Nota: *En este dibujo, cada casilla contiene un espejo con orientación b; la línea punteada es un ejemplo de un recorrido que seguiría el láser en este laberinto*



¡Te deseamos mucho éxito!

Tiempo de examen: 4 horas y media.
Tiempo de preguntas: 1 hora a partir del inicio de examen.