



## Nivel 2, Día 1

### Problema 2

A la gran hechicera le encantan los cubos y está por jugar un juego. Comienza con un cubo de lado 1 y otro de lado  $x$  (donde  $x > 1$ ). En cada turno, la hechicera realiza los siguientes dos encantamientos, uno después del otro:

1. **Prismificar:** Transforma el cubo de menor tamaño en un prisma que conserva su base original, pero cuya altura se estira hasta tener exactamente el volumen del cubo mayor.
2. **Cubificar:** Transforma el prisma recién creado en un nuevo cubo, cuyo lado será igual a la altura del prisma.

Encuentra la medida del lado que tendrá el cubo de mayor tamaño después de 2026 turnos.

*Nota:* Un prisma es una figura tridimensional que tiene dos bases iguales y paralelas, unidas por caras laterales con forma de paralelogramos. Por ejemplo la caja de tu jugo tiene forma de prisma.

### Problema 3

En el Parque Nacional “La Malinche”, hay 2026 árboles numerados del 1 al 2026 y 2026 ardillas numeradas del 1 al 2026 cada una con algunos tejocotes. En el  $k$ -ésimo minuto, la ardilla que tiene el número  $k$  va a hacer lo siguiente:

- Elige sus  $k$  árboles *favoritos*, de entre los cuales elige un solo árbol donde esconde  $k$  tejocotes.
- En los demás  $k - 1$  árboles *favoritos* esconde 1 tejocote por árbol.

¿De cuántas maneras pueden las 2026 ardillas esconder sus tejocotes si al final de los 2026 minutos todos los árboles tienen la misma cantidad de tejocotes escondidos?

### Problema 4

Para un número entero positivo  $n$ , sea  $s(n)$  la suma de los dígitos de  $n$ , por ejemplo  $s(12) = 1 + 2 = 3$ . Halla todas las triplas de enteros mayores que cero  $(a, b, c)$  tales que

$$s(a + b) = c, \quad s(b + c) = a, \quad s(c + a) = b.$$

*¡Te deseamos mucho éxito!*

*Tiempo de examen: 4 horas y media.*

*Tiempo de preguntas: 1 hora a partir del inicio de examen.*